

安徽大学 2021—2022 学年第 2 学期

《数值分析》期末考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

院/系_____年级_____专业_____姓名_____学号_____

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					

一、填空题 (每空 3 分, 共 18 分)

得分

1. 设近似值 $x^* = \pm 0.a_1a_2 \cdots a_n \times 10^m$ 有 n 位有效数字, $a_1 \neq 0$, 则其相对误差限为_____.

2. 设方程 $f(x) = x - 4 + 2^x = 0$, 在区间 $[1, 2]$ 上满足_____, 所以 $f(x) = 0$ 在区间 $[1, 2]$

内有根. 建立迭代公式 $x = 4 - 2^x = \varphi(x)$, 因为_____, 此迭代公式发散.

3. 已知 $n = 3$ 时, Newton—Cotes 求积公式的 Cotes 系数 $C_0^{(3)} = \frac{1}{8}, C_1^{(3)} = \frac{3}{8}, C_2^{(3)} = \frac{3}{8}$,

那么 $C_3^{(3)} =$ _____.

4. 若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ 则矩阵 A 的谱半径 $\rho(A) =$ _____.

5. 拟合三点 $(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2))$ 的水平直线是_____.

得分

二、选择题 (每小题 3 分, 共 18 分)

6. 过 $(0, 1), (2, 4), (3, 1)$ 点的分段线性插值函数 $P(x) =$ ().

A.
$$\begin{cases} \frac{3}{2}x + 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ -3x + 10 & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} \frac{3}{2}x + 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ -3x^2 + 10 & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} \frac{3}{2}x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ -3x+10 & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} \frac{3}{2}x+1 & 0 \leq x \leq 2 \\ -x+4 & 2 < x \leq 3 \end{cases}.$$

7. 用 Jacobi 迭代法解线性方程组 $\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$, 构造迭代公式, 则 Jacobi 矩阵

$B_J = (\quad)$.

$$A. \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B. \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.25 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C. \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D. \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

8. 设某数 x^* , 对其进行四舍五入的近似值是(), 则它有 3 位有效数字, 绝对误差限是 $\frac{1}{2} \times 10^{-4}$.

A. 0.315

B. 0.03150

C. 0.0315

D. 0.00315

9. 梯形求积公式 $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2}[f(a)+f(b)]$ 具有()次的代数精度.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

10. 求方程 $f(x)=0$ 在 $[0,1]$ 内的近似根, 用二分法计算到 $x_{10}=0.445$ 达到精度要求. 那么所取误差限 ε 是().

A. 0.05

B. 0.005

C. 0.0005

D. 0.00005

11. 用高斯-赛德尔迭代法解 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$ 的迭代格式中 $x_3^{(k+1)} = (\quad)$.

A. $-2x_1^{(k)} - 2x_2^{(k)} + 5$

B. $-2x_1^{(k+1)} - 2x_2^{(k)} + 5$

C. $-2x_1^{(k+1)} - 2x_2^{(k+1)} + 5$

D. $-2x_1^{(k)} - 2x_2^{(k+1)} + 5$

三、计算题（每小题 12 分，共 48 分）

得 分	
-----	--

12. 以 100, 121, 144 为插值节点，用插值法计算 $\sqrt{115}$ 的近似值，并利用余项估计误差.

13. 用最小二乘法求一个形如 $y = ae^{bx}$ 的经验公式，使与下列数据相拟合.

x	1	2	3	4
y	60	30	20	15

14. 用 Euler 法解初值问题

$$y' = x^2 + 100y^2, \quad y(0) = 0.$$

取步长 $h = 0.1$, 计算到 $x = 0.3$ (保留到小数点后 4 位) .

15. 用复合梯形公式计算积分 $\int_0^1 e^{x^2} dx$ 的近似值, 计算结果保留 2 位有效数字.

四、证明题（每小题 8 分，共计 16 分）

得 分	
-----	--

16. 设矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 对称且 $a_{11} \neq 0$ ，经过 Gauss 顺序消去法一步后， A 约化为

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \alpha_1^T \\ 0 & A_2 \end{bmatrix},$$

证明 A_2 是对称矩阵.

17. 证明数值积分公式

$$\int_0^1 f(x)dx \approx \frac{1}{3}[2f(\frac{1}{4}) - f(\frac{1}{2}) + 2f(\frac{3}{4})]$$

是插值型的，并指出求积公式的代数精度.