

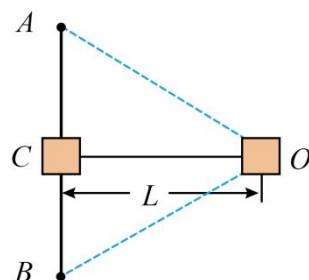
专题 12 机械振动与机械波

一、单选题

1. 如图所示，两根相同的橡皮绳，一端连接质量为 m 的物块，另一端固定在水平桌面上的 A 、 B 两点。物块处于 AB 连线的中点 C 时，橡皮绳为原长。现将物块沿 AB 中垂线水平拉至桌面上的 O 点静止释放。已知 CO 距离为 L ，物块与桌面间的动摩擦因数为 μ ，橡皮绳始终处于弹性限度内，不计空气阻力，则释放后（ ）

- A. 物块做简谐运动
- B. 物块只受到重力、橡皮绳弹力和摩擦力的作用
- C. 若 $\angle AOB = 90^\circ$ 时每根橡皮绳的弹力为 F ，则物块所受合力大小为 $\sqrt{2}F$
- D. 若物块第一次到达 C 点的速度为 v_0 ，此过程中橡皮绳对物块做的功

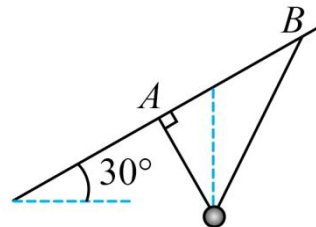
$$W = \frac{1}{2}mv_0^2 + \mu mgL$$



2. 如图所示，不可伸长的光滑细线穿过质量为 0.1kg 的小铁球，两端 A 、 B 悬挂在倾角为 30° 的固定斜杆上，间距为 1.5m 。小球平衡时， A 端细线与杆垂直；当小球受到垂直纸面方向的扰动做微小摆动时，等效于悬挂点位于小球重垂线与 AB 交点的单摆，重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$ ，则

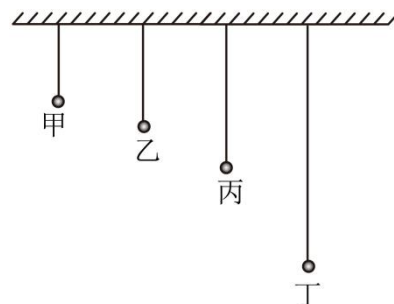
（ ）

- A. 摆角变小，周期变大
- B. 小球摆动周期约为 2s
- C. 小球平衡时， A 端拉力为 $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{N}$
- D. 小球平衡时， A 端拉力小于 B 端拉力



3. 如图所示，甲、乙、丙、丁四个小球用不可伸长的轻绳悬挂在天花板上，从左至右摆长依次增加，小球静止在纸面所示竖直平面内。将四个小球垂直纸面向外拉起一小角度，由静止同时释放。释放后小球都做简谐运动。当小球甲完成 2 个周期的振动时，小球丙恰好到达与小球甲同侧最高点，同时小球乙、丁恰好到达另一侧最高点。则（ ）

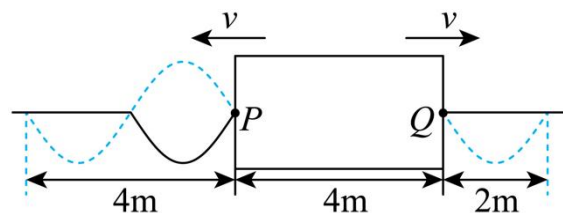
- A. 小球甲第一次回到释放位置时，小球丙加速度为零
- B. 小球丁第一次回到平衡位置时，小球乙动能为零
- C. 小球甲、乙的振动周期之比为 $3:4$
- D. 小球丙、丁的摆长之比为 $1:2$



4. 如图所示，均匀介质中矩形区域内有一位置未知的波源。 $t = 0$ 时刻，波源开始振动产生简谐横波，

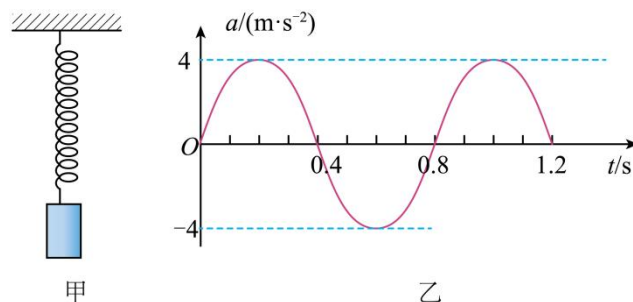
并以相同波速分别向左、右两侧传播， P 、 Q 分别为矩形区域左右两边界上振动质点的平衡位置。 $t = 1.5\text{s}$ 和 $t = 2.5\text{s}$ 时矩形区域外波形分别如图中实线和虚线所示，则（ ）

- A. 波速为 2.5m/s
- B. 波源的平衡位置距离 P 点 1.5m
- C. $t = 1.0\text{s}$ 时，波源处于平衡位置且向下运动
- D. $t = 5.5\text{s}$ 时，平衡位置在 P 、 Q 处的两质点位移相同



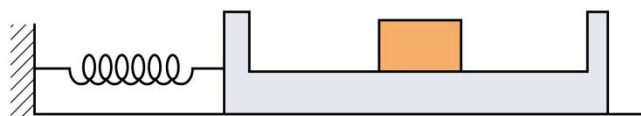
5. 图甲为用手机和轻弹簧制作的一个振动装置。手机加速度传感器记录了手机在竖直方向的振动情况，以向上为正方向，得到手机振动过程中加速度 a 随时间 t 变化的曲线为正弦曲线，如图乙所示。下列说法正确的是（ ）

- A. $t = 0$ 时，弹簧弹力为 0
- B. $t = 0.2\text{s}$ 时，手机位于平衡位置上方
- C. 从 $t = 0$ 至 $t = 0.2\text{s}$ ，手机的动能增大
- D. a 随 t 变化的关系式为 $a = 4\sin(2.5\pi t)\text{m/s}^2$



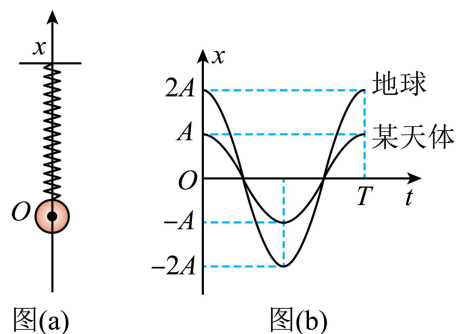
6. 如图所示，弹簧一端固定，另一端与光滑水平面上的木箱相连，箱内放置一小物块，物块与木箱之间有摩擦。压缩弹簧并由静止释放，释放后物块在木箱上有滑动，滑动过程中不与木箱前后壁发生碰撞，不计空气阻力，则（ ）

- A. 释放瞬间，物块加速度为零
- B. 物块和木箱最终仍有相对运动
- C. 木箱第一次到达最右端时，物块速度为零
- D. 物块和木箱的速度第一次相同前，物块受到的摩擦力不变



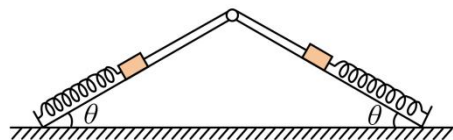
7. 如图 (a)，将一弹簧振子竖直悬挂，以小球的平衡位置为坐标原点 O ，竖直向上为正方向建立 x 轴。若将小球从弹簧原长处由静止释放，其在地球与某球状天体表面做简谐运动的图像如 (b) 所示（不考虑自转影响），设地球、该天体的平均密度分别为 ρ_1 和 ρ_2 ，地球半径是该天体半径的 n 倍。 $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ 的值为（ ）

- A. $2n$
- B. $\frac{n}{2}$
- C. $\frac{2}{n}$
- D. $\frac{1}{2n}$



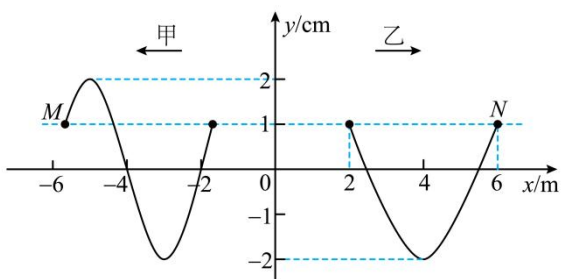
二、多选题

8. 如图，截面为等腰三角形的光滑斜面体固定在水平地面上，两个相同的小物块通过不可伸长的细绳跨过顶端的轻质定滑轮，静止在斜面体两侧，细绳与斜面平行。此外，两物块分别用相同的轻质弹簧与斜面体底端相连，且弹簧均处于原长。将左侧小物块沿斜面缓慢拉下一小段距离，然后松开。弹簧始终在弹性限度内，斜面倾角为 θ ，不计摩擦和空气阻力。在两物块运动过程中，下列说法正确的是（ ）



- A. 左侧小物块沿斜面做简谐运动
- B. 细绳的拉力随左侧小物块加速度的增大而增大
- C. 右侧小物块在最高位置的加速度与其在最低位置的加速度大小相等
- D. 若 θ 增大，则右侧小物块从最低位置运动到最高位置所用的时间变长

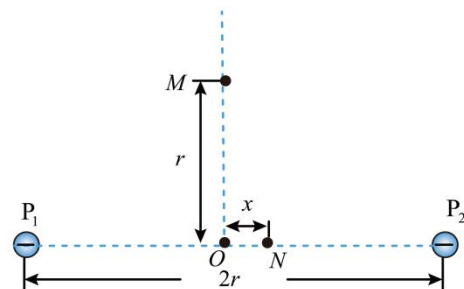
9. 均匀介质中分别沿 x 轴负向和正向传播的甲、乙两列简谐横波，振幅均为 2cm ，波速均为 1m/s ， M 、 N 为介质中的质点。 $t=0$ 时刻的波形图如图所示， M 、 N 的位移均为 1cm 。下列说法正确的是（ ）



- A. 甲波的周期为 6s
- B. 乙波的波长为 6m
- C. $t=6\text{s}$ 时， M 向 y 轴正方向运动
- D. $t=6\text{s}$ 时， N 向 y 轴负方向运动

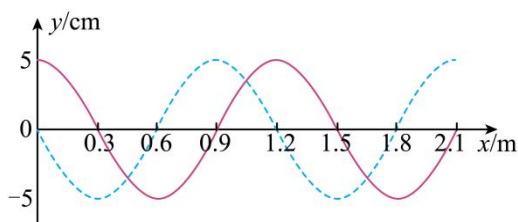
10. 真空中有两个点电荷，电荷量均为 $-q$ ($q \geq 0$)，固定于相距为 $2r$ 的 P_1 、 P_2 两点， O 是 P_1P_2 连线的中点， M 点在 P_1P_2 连线的中垂线上，距离 O 点为 r ， N 点在 P_1P_2 连线上，距离 O 点为 x ($x \ll r$)，已知静电力常量为 k ，则下列说法正确的是（ ）

- A. P_1P_2 中垂线上电场强度最大的点到 O 点的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}r$
- B. P_1P_2 中垂线上电场强度的最大值为 $\frac{4\sqrt{3}kq}{9r^2}$
- C. 在 M 点放入一电子，从静止释放，电子的加速度一直减小
- D. 在 N 点放入一电子，从静止释放，电子的运动可视为简谐运动



三、解答题

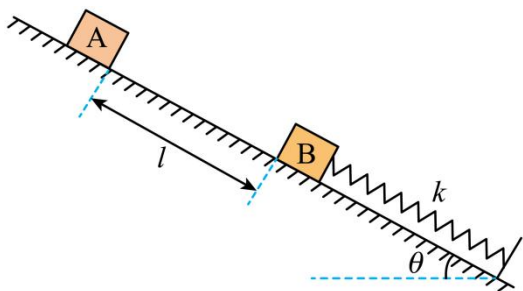
11. 如图所示，实线和虚线分别是沿 x 轴方向传播的一列简谐横波在 $t_1 = 0$ 和 $t_2 = 0.12\text{s}$ 时刻的波形图。



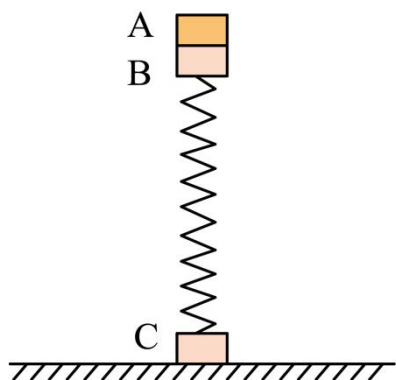
- (1) 求该波的波长 λ ，可能的周期 T ；
- (2) 若 $T < 0.12\text{s} < 2T$ ，求该波的速度大小 v_0 ；
- (3) 求在满足 (2) 的条件下原点 O 点的振动方程。

12. 如图所示，倾角为 $\theta = 30^\circ$ 的光滑斜面底端固定有一劲度系数为 k 的轻质弹簧，弹簧上端连接一质量为 $2m$ 的滑块 B 而处于静止状态，在 B 的上方 $l = \frac{9mg}{4k}$ 处由静止释放一质量为 m 的滑块 A ，随后 A 与 B 发生碰撞，碰撞时间极短（可忽略不计），碰后 A 、 B 一起向下运动，到达最低点后向上弹回。已知重力加速度为 g ，弹簧振子的周期公式为 $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$ ，其中 k 为弹簧的劲度系数， M 为振子的质量。

- (1) 求碰后瞬间 A 、 B 的共同速度；
- (2) 求碰后 A 、 B 一起向下运动的最大位移；
- (3) 试判断 A 、 B 碰后的运动过程中是否会分离。如果会分离，则求从释放 A 到 A 、 B 第一次分离所用的时间；如果不会分离，则求从释放 A 到 A 、 B 速度第二次减为零所用的时间。



13. 如图所示，三个物块 A、B、C 的质量均为 $m=1\text{kg}$ ，物块 C 放置在水平地面上，竖直放置的轻弹簧连接物块 B 和物块 C，物块 A 放置在物块 B 上，整个装置保持静止。现对 A 施加竖直向下的恒定外力，将物块 A、B 压缩到最低点时立即撤去外力，物块 A、B 被竖直向上弹起。一段时间后 A、B 分离，当 A 向上运动到最高点时立即被取走，当 B 继续向上运动到最高点时，物块 C 恰好离开水平地面。轻弹簧的劲度系数为 $k=100\text{N/m}$ ，轻弹簧的弹性势能表达式为 $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ (k 为轻弹簧的劲度系数， x 为轻弹簧的形变量)，弹簧振子做简谐运动的周期表达式为 $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$ (k 为轻弹簧的劲度系数， M 为振子的质量)，重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$ ，所有过程中弹簧始终在弹性限度内，不计空气阻力，求：



- (1)物块 B 向上运动到最高点时的加速度大小；
- (2)物块 A、B 分离瞬间，物块 B 的速度大小；
- (3)恒定外力的大小；
- (4)从 A、B 分离到各自第一次运动到最高点的过程中，二者运动的时间差（结果用 π 表示）。

《专题 12 机械振动和机械波》参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	C	D	D	D	C	AC	BD	BCD

1. D

【详解】AB. 物块在水平桌面上运动，受到重力、桌面的支持力、橡皮绳的弹力以及摩擦力的作用；而运动方向受橡皮绳的弹力和摩擦力作用，其合力不满足简谐运动的回复力特点（ $F = -kx$ ），因摩擦力是恒力，不随位移按比例变化，所以物块不做简谐运动，故 AB 错误；

C. 若 $\angle AOB = 90^\circ$ 时每根橡皮绳的弹力为 F ，两根橡皮绳弹力的合力 $F_{\text{弹合}} = \sqrt{F^2 + F^2} = \sqrt{2}F$

物块还受到摩擦力为 $f = \mu N = \mu mg$

则物块所受合力为 $F_{\text{合}} = \sqrt{2}F - \mu mg$ ，故 C 错误；

D. 若物块第一次到达 C 点的速度为 v_0 ，物块从 O 点运动到 C 点，由动能定理可知 $W - \mu mgL = \frac{1}{2}mv_0^2 - 0$

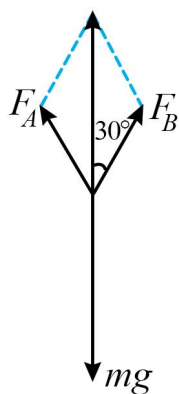
解得橡皮绳对物块做的功为 $W = \frac{1}{2}mv_0^2 + \mu mgL$ ，故 D 正确。

故选 D。

2. B

【详解】A. 根据单摆的周期公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ 可知周期与摆角无关，故 A 错误；

CD. 同一根绳中，A 端拉力等于 B 端拉力，平衡时对小球的受力分析如图



可得

$$2F_A \cos 30^\circ = mg$$

解得

$$F_A = F_B = \frac{mg}{2\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}N$$

故 CD 错误；

B. 根据几何知识可知摆长为

$$L = \frac{1.5\text{m} \times \tan 30^\circ}{\cos 30^\circ} = 1\text{m}$$

故周期为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \approx 2\text{s}$$

故 B 正确。

故选 B。

3. C

【详解】根据单摆周期公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

可知 $T_{\text{丁}} > T_{\text{丙}} > T_{\text{乙}} > T_{\text{甲}}$

CD. 设甲的周期为 $T_{\text{甲}}$ ，根据题意可得 $2T_{\text{甲}} = \frac{3T_{\text{乙}}}{2} = T_{\text{丙}} = \frac{T_{\text{丁}}}{2}$

可得 $T_{\text{丙}} = 2T_{\text{甲}}$ ， $T_{\text{乙}} = \frac{4}{3}T_{\text{甲}}$ ， $T_{\text{丁}} = 4T_{\text{甲}}$

可得 $T_{\text{甲}}:T_{\text{乙}} = 3:4$ ， $T_{\text{丙}}:T_{\text{丁}} = 1:2$

根据单摆周期公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

结合 $T_{\text{丙}}:T_{\text{丁}} = 1:2$

可得小球丙、丁的摆长之比 $L_{\text{丙}}:L_{\text{丁}} = 1:4$

故 C 正确，D 错误；

A. 小球甲第一次回到释放位置时，即经过 $T_{\text{甲}}$ ($\frac{T_{\text{丙}}}{2}$) 时间，小球丙到达另一侧最高点，此时速度为零，

位移最大，根据 $a = -\frac{kx}{m}$ 可知此时加速度最大，故 A 错误；

B. 根据上述分析可得 $T_{\text{乙}} = \frac{1}{3}T_{\text{丁}}$

小球丁第一次回到平衡位置时，小球乙振动的时间为 $\frac{T_{\text{丁}}}{4}$ (即 $\frac{3T_{\text{乙}}}{4}$) 可知此时小球乙经过平衡位置，此

时速度最大，动能最大，故 B 错误。

故选 C。

4. D

【详解】A. 根据波形可知 $\lambda = 4\text{m}$ ， $\frac{1}{2}T = 2.5\text{s} - 1.5\text{s}$

可得 $T = 2\text{s}$

故波速为 $v = \frac{\lambda}{T} = 2\text{m/s}$

故 A 错误；

B. 设波源的平衡位置距离 P 点距离为 x_0 ，根据左侧 $t = 1.5\text{s}$ 时的波形可知 $\frac{2 + x_0}{v} = 1.5\text{s}$

解得 $x_0 = 1\text{m}$

故 B 错误；

C. 根据左侧实线波形结合同侧法可知波源刚开始的振动方向向下，由于 $t = 1.0\text{s} = \frac{1}{2}T$ ，故可知此时波源处于平衡位置且向上运动，故 C 错误；

D. 由于 $x_0 = 1\text{m}$ ，可知波源的平衡位置距离 Q 点距离为 $x_1 = 3\text{m}$

故波传到 PQ 两点的时间分别为 $t_0 = \frac{x_0}{v} = 0.5\text{s}$ ， $t_1 = \frac{x_1}{v} = 1.5\text{s}$

故 $t = 5.5\text{s}$ 时，平衡位置在 $P、Q$ 处的两质点已经振动的的时间分别为 $t_0' = 5.5\text{s} - 0.5\text{s} = \frac{5}{2}T$ ， $t_1' = 5.5\text{s} - 1.5\text{s} = 2T$

由于波源刚开始向下振动，故 $t = 5.5\text{s}$ 时， P 处质点处于平衡位置向上振动， Q 处质点处于平衡位置向下振动，故此时平衡位置在 $P、Q$ 处的两质点位移相同。

故 D 正确。

故选 D。

5. D

【详解】A. 由题图乙知， $t = 0$ 时，手机加速度为 0，由牛顿第二定律得弹簧弹力大小为

$$F = mg$$

A 错误；

B. 由题图乙知， $t = 0.2\text{s}$ 时，手机的加速度为正，则手机位于平衡位置下方，B 错误；

C. 由题图乙知，从 $t = 0$ 至 $t = 0.2\text{s}$ ，手机的加速度增大，手机从平衡位置向最大位移处运动，速度减小，动能减小，C 错误；

D. 由题图乙知

$$T = 0.8\text{s}$$

则角频率

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2.5\pi \text{ rad/s}$$

则 a 随 t 变化的关系式为

$$a = 4 \sin(2.5\pi t) \text{ m/s}^2$$

D 正确。

故选 D。

6. D

【详解】A. 根据题意可知，释放时，物块与木箱发生相对滑动，且有摩擦力，根据牛顿第二定律可知释放时物块加速度不为 0，故 A 错误；

B. 由于物块与木箱间有摩擦力且发生相对滑动，所以弹簧的弹性势能会减少，直到弹簧的最大弹力满足以下分析的 F ：设物块与木箱之间的最大静摩擦力为 f ，物块质量为 m ，对物块根据牛顿第二定律 $f = ma$

设木箱质量为 M ，对物块与木箱整体，根据牛顿第二定律 $F = (m + M)a$

$$\text{可得 } F = (m + M) \frac{f}{m}$$

即弹簧的最大弹力减小到 $F = (m + M) \frac{f}{m}$ 后，二者一起做简谐运动，故 B 错误；

C. 根据 AB 选项分析可知只有当二者一起做简谐运动前，有相对滑动，木箱第一次到达最右端时，物块速度不为零，故 C 错误；

D. 开始滑块的加速度向右，物块与滑块第一次共速前，物块相对滑块向左运动，受到向右的摩擦力，共速前二者有相对滑动，摩擦力恒为二者之间的滑动摩擦力，保持不变，故 D 正确。

故选 D。

7. C

【详解】设地球表面的重力加速度为 g ，某球体天体表面的重力加速度为 g' ，弹簧的劲度系数为 k ，根据简谐运动的对称性有

$$k \cdot 4A - mg = mg$$

$$k \cdot 2A - mg' = mg'$$

可得

$$g = \frac{2kA}{m}$$

$$g' = \frac{kA}{m}$$

可得

$$\frac{g}{g'} = 2$$

设某球体天体的半径为 R ，在星球表面，有

$$G \frac{\rho_1 \cdot \frac{4}{3} \pi (nR)^3 \cdot m}{(nR)^2} = mg$$

$$G \frac{\rho_2 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot m}{R^2} = mg'$$

联立可得

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{2}{n}$$

故选 C。

【点睛】

8. AC

【详解】A. 对左侧小物块，设沿斜面向下的位移为 x ，则有 $T + kx - mg \sin \theta = ma$

此时，对右侧小物块，有

$$mg \sin \theta + kx - T = ma$$

联立可得

$$2kx = 2ma = 2F$$

则左侧小物块受到的合外力

$F = ma = kx$ ，方向与位移方向相反，故其做简谐运动，故 A 正确；

B. 根据以上分析，可得 $2T = 2mg \sin \theta$ ，绳拉力保持不变，故 B 错误；

C. 同理可知，右侧小物块也做简谐运动，根据对称性，其在最高和最低位置的加速度大小相等，故 C 正确；

D. 弹簧振子振动周期 $T_{\text{周}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ ，与斜面夹角无关，故 D 错误。

故选 AC。

9. BD

【详解】A. 根据题图可知甲波的波长 $\lambda_{\text{甲}} = 4\text{m}$

根据 $\lambda_{\text{甲}} = vT_{\text{甲}}$

可得 $T_{\text{甲}} = 4\text{s}$

A 错误;

B. 设 N 左边在平衡位置的质点与 N 质点平衡位置的距离为 x , 根据题图结合 $1\text{cm} = 2\sin \frac{x}{\frac{\lambda_z}{4}} \times \frac{\pi}{2}(\text{cm})$

$$\text{又 } 6\text{m} - 2\text{m} - 2x = \frac{\lambda_z}{2}$$

可得 $x = 0.5\text{m}$, $\lambda_z = 6\text{m}$

B 正确;

C. $t = 6\text{s}$ 时即经过 $T_{\text{甲}} + \frac{T_{\text{甲}}}{2}$, 结合同侧法可知 M 向 y 轴负方向运动, C 错误;

D. 同理根据 $\lambda_z = vT_z$

可得 $T_z = 6\text{s}$

根据同侧法可知 $t = 0$ 时 N 向 y 轴负方向运动, $t = 6\text{s}$ 时即经过时间 T_z , N 仍向 y 轴负方向运动, D 正确。

故选 BD。

10. BCD

【详解】AB. 设 P_1 处的点电荷在 P_1P_2 中垂线上某点 A 处产生的场强与竖直向下的夹角为 θ , 则根据场强的叠加原理可知, A 点的合场强为

$$E = k \frac{2q}{r^2} \sin^2 \theta \cos \theta$$

根据均值不等式可知当 $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 时 E 有最大值, 且最大值为

$$E = \frac{4\sqrt{3}kq}{9r^2}$$

再根据几何关系可知 A 点到 O 点的距离为

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2} r$$

故 A 错误, B 正确;

C. 在 M 点放入一电子, 从静止释放, 由于

$$r > \frac{\sqrt{2}}{2} r$$

可知电子向上运动的过程中电场力一直减小, 则电子的加速度一直减小, 故 C 正确;

D. 根据等量同种电荷的电场线分布可知, 电子运动过程中, O 点为平衡位置, 可知当发生位移 x 时, 粒子受到的电场力为

$$F = keq \cdot \frac{-4rx}{(r+x)^2(r-x)^2}$$

由于 $x \ll r$ ，整理后有

$$F = -\frac{4keq}{r^3} \cdot x$$

在 N 点放入一电子，从静止释放，电子将以 O 点为平衡位置做简谐运动，故 D 正确。

故选 BCD。

11. (1) $\lambda = 1.2\text{m}$ ，见解析

(2) 见解析

(3) 见解析

【详解】(1) 由图可知，该波的波长为 $\lambda = 1.2\text{m}$

若该波沿 x 轴正向传播，则有 $t_2 - t_1 = \frac{3}{4}T + nT$ ($n = 0, 1, 2, 3 \dots$)

整理可得 $T = \frac{0.48}{4n+3}\text{s}$ ($n = 0, 1, 2, 3 \dots$)

若该波沿 x 轴负向传播，则有 $t_2 - t_1 = \frac{1}{4}T + nT$ ($n = 0, 1, 2, 3 \dots$)

整理可得 $T = \frac{0.48}{4n+1}\text{s}$ ($n = 0, 1, 2, 3 \dots$)

(2) 根据题意可知，若 $T < 0.12\text{s} < 2T$

则有 $n = 1$

若该波沿 x 轴正向传播，则有 $T = \frac{0.48}{4+3}\text{s} = \frac{0.48}{7}\text{s}$

该波的速度大小为 $v_0 = \frac{\lambda}{T} = 17.5\text{m/s}$

若该波沿 x 轴负向传播，则有 $T = \frac{0.48}{4+1}\text{s} = \frac{0.48}{5}\text{s}$

该波的速度大小为 $v_0 = \frac{\lambda}{T} = 12.5\text{m/s}$

(3) 若该波沿 x 轴正向传播，则有 $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{175\pi}{6}\text{rad/s}$

则原点 O 点的振动方程 $x = 5\sin\left(\frac{175\pi}{6}t + \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$

若该波沿 x 轴负向传播，则有 $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{125\pi}{6}\text{rad/s}$

则原点 O 点的振动方程 $x = 5\sin\left(\frac{125\pi}{6}t + \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$

12. (1) $\frac{g}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$; (2) $\frac{3mg}{2k}$; (3) 不会分离, $\frac{9+5\sqrt{3}\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}$

【详解】(1) 设物块 A 与 B 碰撞前瞬间的速度为 v_1 ，根据机械能守恒定律有

$$mgl \sin \theta = \frac{1}{2}mv_1^2$$

解得

$$v_1 = \frac{3}{2}g\sqrt{\frac{m}{k}}$$

设碰后瞬间 A、B 的共同速度为 v_2 ，对 A、B 的碰撞过程，根据动量守恒定律有

$$mv_1 = 3mv_2$$

解得

$$v_2 = \frac{1}{3}v_1 = \frac{g}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$$

(2) 初始时刻弹簧的压缩量为

$$x_1 = \frac{2mg \sin \theta}{k} = \frac{mg}{k}$$

因为弹簧弹力 F 与形变量 x 关系图线为过原点的倾斜直线，且图线与坐标轴所围的面积表示弹力的功，而弹力做功的绝对值等于弹性势能的变化量的绝对值，由此可知弹簧形变量为 x 时弹簧的弹性势能为

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

设碰后 A、B 一起向下运动的最大位移为 x_2 ，对 A、B 碰后瞬间到二者到达最低点的过程，根据机械能守恒定律有

$$\frac{1}{2} \cdot 3mv_2^2 + 3mgx_2 \sin \theta + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}k(x_1 + x_2)^2$$

解得

$$x_2 = \frac{3mg}{2k}$$

(3) 从释放 A 到 A、B 碰撞所经历的时间为

$$t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g \sin \theta}} = 3\sqrt{\frac{m}{k}}$$

A、B 分离的临界条件是二者之间弹力为零且加速度相同，根据牛顿第二定律及整体法分析易知分离瞬间弹簧的形变量应为零，假设 A、B 碰后的运动过程中未分离，即 A、B 上升到最高点时弹簧仍处于压缩状态，设此时弹簧的压缩量为 x_3 ，根据机械能守恒定律有

$$\frac{1}{2}kx_3^2 + 3mg(x_1 - x_3) \sin \theta = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 3mv_2^2$$

解得

$$x_3 = \frac{mg}{2k}$$

所以 A、B 在最高点速度减为零时，弹簧仍处于压缩状态，假设成立，即 A、B 碰后的运动过程中未分离。当 A、B 整体所受合外力为零时，弹簧压缩量为

$$x_4 = \frac{3mg \sin \theta}{k} = \frac{3mg}{2k}$$

规定该平衡位置为坐标原点 O ，沿斜面向下为正方向，则当 A、B 相对 O 的位移为 x 时，A、B 所受合外力为

$$F = 3mg \sin \theta - k(x_4 + x) = -kx$$

当 A、B 相对 O 的位移为 $-x$ 时，A、B 所受合外力为

$$F = 3mg \sin \theta - k(x_4 - x) = kx = -k(-x)$$

由此可判断 A、B 整体做简谐运动，振幅为

$$A = x_2 - x_3 = \frac{mg}{k}$$

由题意可知周期为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{k}}$$

碰撞时 A、B 相对平衡位置的位移为

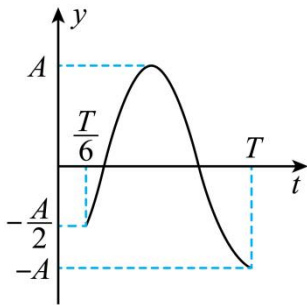
$$x = x_1 - x_4 = -\frac{mg}{2k} = -\frac{A}{2}$$

如图所示，根据三角函数知识可知，A、B 从碰撞到第二次速度减为零所用时间为

$$t_2 = T - \frac{T}{6} = \frac{5}{3}\pi\sqrt{\frac{3m}{k}}$$

所以从释放 A 到 A、B 速度第二次减为零所用的时间为

$$t = t_1 + t_2 = \frac{9+5\sqrt{3}\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}$$



13. (1) 20m/s^2

(2) $\sqrt{3}\text{m/s}$

(3) $5\sqrt{10}\text{N}$

$$(4) (\frac{\sqrt{3}}{10} - \frac{\pi}{30})s$$

【详解】(1) 当 B 继续向上运动到最高点时，物块 C 恰好离开水平地面，此时弹簧的拉力 $F = mg$

对物块 B 进行受力分析，根据牛顿第二定律 $F + mg = ma_B$

$$\text{可得 } a_B = \frac{mg + mg}{m} = 2g = 20\text{m/s}^2;$$

(2) A、B 在弹簧恢复原长时分离，从此时到 B 运动到最高点的过程中，对 B、C 及弹簧组成的系统，

$$\text{由能量守恒可得 } \frac{1}{2}mv^2 = mgx_1 + \frac{1}{2}kx_1^2, \quad mg = kx_1$$

$$\text{解得 } v = \sqrt{3}\text{m/s}$$

(3) 从 A、B 压缩到最低点到弹簧恢复原长，对 A、B、C 及弹簧组成的系统，由能量守恒可得

$$\frac{1}{2}kx_2^2 = 2mgx_2 + \frac{1}{2} \cdot 2mv^2$$

$$\text{解得 } x_2 = \frac{2 + \sqrt{10}}{10}\text{m}$$

最初状态，对 A、B 整体受力分析可得 $2mg = kx_3$

从最初状态到 A、B 压缩到最低点，对 A、B、C 及弹簧组成的系统，由功能关系可得

$$F(x_2 - x_3) + 2mg(x_2 - x_3) = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_3^2$$

$$\text{解得 } F = 5\sqrt{10}\text{N}$$

(4) A、B 分离后 A 竖直向上做匀减速直线运动，有 $v = gt_1$

$$\text{解得 } t_1 = \frac{\sqrt{3}}{10}\text{s}$$

$$\text{B 在竖直方向做简谐运动，其周期 } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0.2\pi\text{s}$$

$$\text{平衡位置 } mg = kx_0$$

$$\text{振幅 } A = x_0 + x_1 = 0.2\text{m}$$

$$\text{B 从恢复原长到第一次运动到最高点的路程为 } \frac{A}{2}, \text{ 则 } t_2 = \frac{T}{6} = \frac{\pi}{30}\text{s}$$

$$\text{从 A、B 分离到各自第一次运动到最高点的时间差有 } \Delta t = t_1 - t_2 = (\frac{\sqrt{3}}{10} - \frac{\pi}{30})\text{s}$$