

# 浙江海洋大学 2023-2024 学年第 一 学期

## 《高等数学 A1》课程期末模拟卷

(适用班级 A23 电信 1、2, A23 机器人)

考试时间: 95 分钟

| 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|----|
|   |   |   |   |   |   |   |    |

### 一、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1、若  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + k}{x - 1} = -1$ , 则  $k =$ \_\_\_\_\_.

2、已知  $f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$ , 要使其在点  $x=0$  处连续, 则补充定义  $f(0) =$ \_\_\_\_\_.

3、曲线  $y = \arctan x$  在点  $(1, \frac{\pi}{4})$  处的切线方程是\_\_\_\_\_.

4、函数  $f(x) = e^x$  按  $x$  的幂展开的带有佩亚诺余项的  $n$  阶泰勒公式\_\_\_\_\_.

5、当  $k$  为\_\_\_\_\_值时, 反常积分  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^k}$  收敛.

### 二、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1、设  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 1 \\ ax + b & x > 1 \end{cases}$  在点  $x=1$  处可导,  $a =$ \_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_.

A、  $a=2, b=-2$                       B、  $a=1, b=-1$

C、  $a=1, b=1$                         D、  $a=2, b=2$

2、函数  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$  的单调减区间是\_\_\_\_\_.

A、  $(-\infty, 1]$                           B、  $[1, 2]$

C、  $[2, +\infty)$                         D、  $(-\infty, 1], [2, +\infty)$

3、设  $y = \sin 2x$ , 则  $y^{(2012)}(x) =$ \_\_\_\_\_.

A、  $2^{2012} \cos 2x$                       B、  $-2^{2012} \cos 2x$

C、  $2^{2012} \sin 2x$                       D、  $-2^{2012} \sin 2x$

学号 \_\_\_\_\_  
姓名 \_\_\_\_\_  
班级 \_\_\_\_\_  
专业 \_\_\_\_\_  
学院 \_\_\_\_\_

线 订 装

4、曲线  $xy=1$  在点  $(1,1)$  处的曲率是\_\_\_\_\_.

- A、  $\sqrt{2}$                   B、  $-\sqrt{2}$                   C、  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                   D、  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

5、设  $f(x)$  连续，且满足  $f(x)=x+2\int_0^1 f(x)dx$ ，则  $f(x)=$ \_\_\_\_\_.

- A、  $x+2$                   B、  $x-2$                   C、  $x+1$                   D、  $x-1$

三、求下列函数的极限（每小题 5 分，共 20 分）

1、  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+1}-x)$

2、  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-e^x}{\sin x}$

3、  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos t^2 dt}{\ln(1+x)}$

4、  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+\sin x)^{\frac{1}{x}}$

四、求下列函数的导数或微分（每小题 5 分，共 15 分）

1、设  $y=x^{\sin x}$ ，求  $y'$

2、求  $e^{xy}+y^2-x=0$  的微分  $dy$

3、已知  $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{d^2y}{dx^2}$

五、求下列不定积分或定积分（每小题 5 分，共 20 分）

1、  $\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+2}}$

2、  $\int_1^e \ln x dx$

3、已知  $\frac{\sin x}{x}$  是  $f(x)$  的一个原函数，求  $\int x^3 f'(x) dx$

4、求  $\int_0^2 f(x-1) dx$ ，其中  $f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & x < 0 \\ \frac{1}{1+x}, & x \geq 0 \end{cases}$

### 六、应用题（8分）

设抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  通过点  $(0,0)$ ，且当  $x \in [0,1]$  时， $y \geq 0$ . 试确定  $a, b, c$  的值，使得抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  与直线  $x=1, y=0$  所围图形的面积为  $\frac{4}{9}$ ，且使该图形绕  $x$  轴旋转而成的旋转体的体积最小

### 七、证明题（7分）

设  $x > 0$ ，证明  $\int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt + \int_0^{\frac{1}{x}} \frac{1}{1+t^2} dt = \frac{\pi}{2}$