

浙江海洋学院 2020-2021 学年第 二 学期 《线性代数》课程期末考试卷 (C)

一	二	三	总分

一、填空题(本题共 5 小题,每小题 6 分,共计 30 分)

1. 设 A 为 n 阶方阵, I 为 n 阶单位阵, 且 $A^2 = I$, 则行列式 $|A| =$ _____

2. 设 $2A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则行列式 $|(A + 3I)^{-1}(A^2 - 9I)|$ 的值为 _____

3. 设 $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, 且已知 $A^6 = I$, 则行列式 $|A^{11}| =$ _____

4. 设 A 为 5 阶方阵, A^* 是其伴随矩阵, 且 $|A| = 3$, 则 $|A^*| =$ _____

5. 设 A 为 100 阶矩阵, 且对任何 100 维非零列向量 X , 均有 $AX \neq 0$, 则 A 的秩为 _____

二、选择题(本题共 5 小题,每小题 5 分,共计 25 分)

1. 设 A 为 $m \times n$ 阶矩阵, 秩 $(A) = r < m < n$, 则 ()。

(a) A 中 r 阶子式不全为零 (b) A 中阶数小于 r 的子式全为零

(c) A 经行初等变换可化为 $\begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ (d) A 为满秩矩阵

2. 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, C 为 n 阶可逆矩阵, $B = AC$, 则 ()。

(a) 秩 $(A) >$ 秩 (B) (b) 秩 $(A) =$ 秩 (B)

(c) 秩 $(A) <$ 秩 (B) (d) 秩 (A) 与秩 (B) 的关系依 C 而定

3. A, B 为 n 阶非零矩阵, 且 $AB = 0$, 则秩 (A) 和秩 (B) ()。

(a) 有一个等于零 (b) 都为 n (c) 都小于 n (d) 一个小于 n , 一个等于 n

4. n 阶方阵 A 可逆的充分必要条件是 ()。

(a) $r(A) = r < n$ (b) A 的列秩为 n

(c) A 的每一个行向量都是非零向量 (d) 伴随矩阵存在

5. n 阶矩阵 A 可逆的充要条件是 ()。

(a) A 的每个行向量都是非零向量

(b) A 中任意两个行向量都不成比例

- (c) A 的行向量中有一个向量可由其它向量线性表示
(d) 对任何 n 维非零向量 X , 均有 $AX \neq 0$

三、简答题(本题共 5 小题,每小题 9 分,共计 45 分)

1. 设 $\alpha = (1, -1, -1, 1), \beta = (-1, 1, 1, -1)$, 而 $A = \alpha^T \beta$, 求 A^n 。
2. 设三阶矩阵 A 满足 $A\vec{\alpha}_i = i\vec{\alpha}_i (i=1, 2, 3)$,
3. 其中列向量 $\vec{\alpha}_1 = (1, 2, 2)^T, \vec{\alpha}_2 = (2, -2, 1)^T, \vec{\alpha}_3 = (-2, -1, 2)^T$, 试求矩阵 A 。
4. A, B 为 4 阶方阵, $AB+2B=0$, 矩阵 B 的秩为 2 且 $|E+A|=|2E-A|=0$ 。(1) 求矩阵 A 的特征值; (2) A 是否可相似对角化? 为什么?; (3) 求 $|A+3E|$ 。
5. 若 A 是对称矩阵, B 是反对称矩阵, $AB-BA$ 是否为对称矩阵? 证明你的结论。