

浙江海洋学院 2020-2021 学年第 二 学期

《线性代数》课程期末考试卷 (A)

一	二	三	总分

一、填空题(本题共 5 小题,每小题 6 分,共计 30 分)

1. 设 4 阶方阵 A 的秩为 2, 则其伴随矩阵 A^* 的秩为 _____

2. 非零矩阵 $\begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & \Lambda & a_1b_n \\ a_2b_1 & a_2b_2 & \Lambda & a_2b_n \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ a_nb_1 & a_nb_2 & \Lambda & a_nb_n \end{pmatrix}$ 的秩为 _____

3. 设 A 为 100 阶矩阵, 且对任何 100 维非零列向量 X , 均有 $AX \neq 0$, 则 A 的秩为 _____

4. 若 $A = (a_{ij})$ 为 15 阶矩阵, 则 $A^T A$ 的第 4 行第 8 列的元素是 _____

5. 若方阵 A 与 $4I$ 相似, 则 $A =$ _____

二、选择题(本题共 5 小题,每小题 5 分,共计 25 分)

1. n 阶行列式 D 的元素 a_{ij} 的余子式 M_{ij} 与 a_{ij} 的代数余子式 A_{ij} 的关系是 (C)

A. $A_{ij} = M_{ij}$ B. $A_{ij} = (-1)^n M_{ij}$ C. $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ D. $A_{ij} = -M_{ij}$

2. 设 A 是数域 F 上 $m \times n$ 矩阵, 则齐次线性方程组 $AX = 0$ (A)

A. 当 $m < n$ 时, 有非零解 B. 当 $m > n$ 时, 无解 C. 当 $m = n$ 时, 只有零解 D. 当 $m = n$ 时, 只有非零解

3. 在 n 维向量空间 V 中, 如果 $\sigma, \tau \in L(V)$ 关于 V 的一个基 $\{\alpha_1, \Lambda, \alpha_n\}$ 的矩阵分别为 A, B . 那么对于 $a, b \in F$, $a\sigma + b\tau$ 关于基 $\{\alpha_1, \Lambda, \alpha_n\}$ 的矩阵是 (C)

A. $A+B$ B. $aA+B$ C. $aA+bB$ D. $A+Bb$

4. 已知数域 F 上的向量 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 下列不正确的是 (D)

A. α_1, α_2 线性无关 B. α_2, α_3 线性无关 C. α_3, α_1 线性无关

D. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 中必有一个向量是其余向量的线性组合。

5. R^n 中下列子集, 哪个不是子空间 (C)

A. R^n B. $\{(a_1, \Lambda, a_n) | a_i \in R, i = 1, \Lambda, n \text{ 且 } \sum_{i=1}^n a_i = 0\}$

C. $\{(a_1, \Lambda, a_n) | a_i \in R, i = 1, \Lambda, n \text{ 且 } \sum_{i=1}^n a_i = 1\}$ D. $\{0\}$

三、简答题(本题共 5 小题,每小题 9 分,共计 45 分)

1. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 & 2 \\ -2 & 4 & 2 & 6 & -6 \\ 2 & -1 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

2. 设 A 为 $r \times r$ 矩阵, B 为 $r \times n$ 矩阵, 且 $R(B) = r$, 证明:

(1) 如果 $AB = 0$ 则 $A = 0$

(2) 如果 $AB = B$ 则 $A = E$

3. 当 λ 为何值时, 下列线性方程组无解? 有唯一解? 有无穷多解? 在有无穷多解时, 用基础解系表示出下列线性方程组的全部解。

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = \lambda \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = \lambda + 2 \\ 6x_1 + x_2 + 4x_3 = 2\lambda + 3 \end{cases}$$

4. 求齐次线性方程组: $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ 的通解.

5. 方程 $AX + B = X$. 其中 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, 求 X