

浙江海洋大学 2019-2020 学年第 二 学期

《线性代数》课程期末考试 B 卷答案

(适用班级 A19 理工类本科生)

考试时间: 120 分钟

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分

一、填空题. (每小题 3 分, 共计 15 分)

1. 已知 3 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & 2a_{12} & 3a_{13} \\ 2a_{21} & 4a_{22} & 6a_{23} \\ 3a_{31} & 6a_{32} & 9a_{33} \end{vmatrix} = 6$, 则 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$ _____.

2. 设三阶方阵 A 等价于 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 则 A 的秩为 _____.

3. 设 A, B 均为三阶可逆阵, $|A|=2$, 则 $|2B^{-1}A^2B| =$ _____.

4. 设 $\alpha_1 = (1, 2, x)$, $\alpha_2 = (-2, -4, 1)$ 线性相关, 则 $x =$ _____.

5. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & t & 3 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, 若齐次线性方程组 $Ax=0$ 有非零解, 则数 $t =$ _____.

二、选择题. (每小题 3 分, 共计 15 分)

1. 设行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 1$, $\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = 2$, 则 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 + c_1 \\ a_2 & b_2 + c_2 \end{vmatrix} =$ ()

A. -3; B. -1; C. 1; D. 3.

2. 设 A、B 为同阶可逆矩阵, 则以下结论正确的是 ()

A. $|AB| = |BA|$; B. $|A+B| = |A| + |B|$;
C. $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$; D. $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

3. 已知向量组 A: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 中 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关, 那么 ()

A. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关; B. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关;
C. α_1 可由 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性表示; D. α_3, α_4 线性无关.

4. 设 3 元非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的两个解为 $\alpha = (1, 0, 2)^T$, $\beta = (1, -1, 3)^T$, 且

系数矩阵 A 的秩 $r(A)=2$, 则对于任意常数 k, k_1, k_2 , 方程组的通解可表为 ()

A. $k_1(1, 0, 2)^T + k_2(1, -1, 3)^T$; B. $(1, 0, 2)^T + k(1, -1, 3)^T$;
C. $(1, 0, 2)^T + k(0, 1, -1)^T$; D. $(1, 0, 2)^T + k(2, -1, 5)^T$.

5. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3$ 的矩阵为 ()

$$\text{A. } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{B. } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{C. } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{D. } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

三、计算题.(6 小题, 共计 65 分)

1. (10 分) 求 4 阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ 的值.

2. (10 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} .

3. (10 分) 设向量组

$\alpha_1 = (1, 4, 1, 0)^T, \alpha_2 = (2, 1, -1, -3)^T, \alpha_3 = (1, 0, -3, -1)^T, \alpha_4 = (0, 2, -6, 3)^T$, 求该向量组的秩及一个极大无关组, 并将其余向量用此极大无关组线性表示.

4. (10 分) 求线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23, \\ 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12 \end{cases}$$
 的通解.

5. (15 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, 求可逆矩阵 P 使 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.

6. (10 分) 用配方法将二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_3$ 化为标准型, 并写出相应的变换矩阵.

四、证明题.(5 分)

1. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 证明: 向量组 $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 - \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关.