

浙江海洋大学 2019-2020 学年第 二 学期

《线性代数》课程期末考试 A 卷

(适用班级 A19 理工类本科生)

考试时间: 120 分钟

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分

一、填空题. (每小题 3 分, 共计 15 分)

1. 设 3 阶行列式 D 的第 2 列元素分别为 1, 2, 3, 对应的代数余子式分别为 -3, 2, 1, 则 $D =$ _____.

2. 设三阶方阵 A 等价于 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 A 的秩为 _____.

3. 设 $A = (1, 1, 0)$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$, 则 $AB =$ _____.

4. 已知向量 $\alpha = (1, 2, 3, 4)$, $\beta = (2, 3, 4, 5)$, 如果 $\alpha + \xi = \beta$, 则 $\xi =$ _____.

5. 已知三阶矩阵 A 的三个特征值是 3, 1, 2, 则 $|A| =$ _____.

二、选择题. (每小题 3 分, 共计 15 分)

1. 二阶行列式 $\begin{vmatrix} k-2 & 2 \\ 2 & k-2 \end{vmatrix} \neq 0$ 的充分必要条件是 ()

A. $k \neq 0$; B. $k \neq 4$; C. $k \neq 0$ 且 $k \neq 4$; D. $k \neq 0$ 或 $k \neq 4$.

2. 设 A 为 3 阶方阵, 且 $|A| = 3$, 则 $|3A^{-1}| =$ ()

A. -9; B. -1; C. 1; D. 9.

3. 已知向量组 A: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 中 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关, 那么 ()

A. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关; B. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关;
C. α_1 可由 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性表示; D. α_3, α_4 线性无关.

4. 设 A 为 4 阶方阵, 若秩(A)=2, 则齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系中包含的解向量的个数是 ()

A. 2; B. 3; C. 4; D. 5.

5. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3$ 的矩阵为 ()

A. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 4 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; B. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; C. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; D. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

三、计算题.(6 小题, 共计 65 分)

1. (10 分) 计算四阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ 的值.

2. (10 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -5 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} .

3. (10 分) 设向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 2, 1)^T$, $\alpha_2 = (2, 0, 4, -2)^T$, $\alpha_3 = (0, 3, 0, -4)^T$, $\alpha_4 = (3, 0, 6, 1)^T$. (1) 求向量组的一个极大线性无关组; (2) 将其余向量表为该极大线性无关组的线性组合.

4. (10 分) 求线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 2, \\ -2x_1 - 4x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$ 的通解.

5. (15 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, 求可逆矩阵 P 使 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.

6. (10 分) 用配方法将二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2$ 化为标准型, 并写出相应的变换矩阵.

四、证明题.(5 分)

1. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, $\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_2, \beta_2 = \alpha_2 + \alpha_3, \beta_3 = \alpha_3 + \alpha_1$, 证明: 向量组 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 线性无关.