

浙江海洋学院 2019-2020 学年第 一 学期
《线性代数》课程期末考试卷 (C)

一	二	三	总分

一、填空题(本题共 5 小题,每小题 6 分,共计 30 分)

1. 矩阵的不同特征值对应的特征向量必 _____.

2. 已知 n 阶矩阵 A 各行元素之和为 0, 则 $|A|$ _____.

3. 已知 $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ _____.

4. 设向量 α, β 的模依次为 2 和 3, 则向量 $\alpha + \beta$ 与 $\alpha - \beta$ 的内积

$(\alpha + \beta, \alpha - \beta) =$ _____.

5. 已知行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$, 则 $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44} + A_{45} =$ _____.

二、选择题(本题共 5 小题,每小题 5 分,共计 25 分)

1. 当 $k =$ () 时, $(2, 1, 0, 3)$ 与 $(1, -1, 1, k)$ 的内积为 2.

A) -1 B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{2}{3}$

2. 已知 $A^2 = A$, 则 A 的特征值是().

A) $\lambda = 0$ B) $\lambda = 1$ C) $\lambda = 0$ 或 $\lambda = 1$ D) $\lambda = 0$ 和 $\lambda = 1$

3. $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ 的值为().

A) 1 B) 0 C) a D) $-a^2b$

4. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 满足 $AB = 0$, 则 ().

- A) $A = B = 0$ B) $A + B = 0$ C) $|A| = 0$ 或 $|B| = 0$ D) $|A| + |B| = 0$

5. 已知行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & a \end{vmatrix} = 0$, 则 $a = ()$.

- A) 2 B) 3 C) -2 D) -3

三、简答题(本题共 5 小题, 每小题 9 分, 共计 45 分)

1. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 矩阵 X 满足方程 $AX + E = A^2 + X$, 求矩阵 X .

2. 已知矩阵 X 满足 $AXB = C$, 其中 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$,

3. $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, 求矩阵 X .

4. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 求矩阵 B 使其满足矩阵方程 $AB = A + 2B$.

5. 设列矩阵 $x = (x_1, \dots, x_n)^T$, $A = E - xx^T$, 证明

(1) $A^2 = A$ 的充分必要条件是 $x^T x = 1$

(2) 当 $x^T x = 1$ 时, A 是不可逆矩阵.