

华南农业大学期末考试试卷 (A 卷)

2016-2017 学年第 1 学期

考试科目: 概率论与数理统计

考试类型: (闭卷) 考试

考试时间: 120 分钟

一、选择题 (每题 3 分, 共计 15 分)

1. 设 A, B 是两个互斥的随机事件, 则必有_____ ()

(A) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (B) $P(A - B) = P(A) - P(B)$

(C) $P(AB) = P(A)P(B)$ (D) $P(A) = 1 - P(B)$

2. 在 1 到 100 的自然数里任取一个数, 则它被 2 和 5 整除的概率为 ()

(A) $\frac{11}{100}$. (B) $\frac{1}{10}$. (C) $\frac{3}{5}$. (D) $\frac{9}{100}$.

3. 设 $F(x)$ 与 $G(x)$ 分别为随机变量 X 与 Y 的分布函数, 为使 $H(x) = aF(x) + bG(x)$ 是某一随机变量的分布函数, 在下列给定的各组数据中应取 ()

(A) $a=0.3, b=0.2$ (B) $a=0.3, b=0.7$ (C) $a=0.4, b=0.5$ (D) $a=0.5, b=0.6$

4. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是取自总体 $N(0, \sigma^2)$ 的样本, 则可以作为 σ^2 的无偏估计量的是 ()

(A) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$; (B) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i^2$; (C) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$; (D) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i$.

5. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 为正态总体 $N(\mu, 4)$ 的一个样本, \bar{x} 表示样本均值, 则 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为 ()

(A) $(\bar{x} - u_{\alpha/2} \frac{4}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\alpha/2} \frac{4}{\sqrt{n}})$. (B) $(\bar{x} - u_{1-\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}})$.

(C) $(\bar{x} - u_{\alpha} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\alpha} \frac{2}{\sqrt{n}})$. (D) $(\bar{x} - u_{\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}})$.

二、填空题 (每题 3 分, 共计 15 分)

- 某人连续射击 3 次，记 A_i 为“第 i 次射击命中目标”， $i = 1, 2, 3$ ，又设此人命中率为 0.8，各次射击互不影响，则他最少命中 1 次的概率为_____.
- 设随机变量 X 服从泊松分布，若 $E(X^2) = 6$ ，则 $P(X \geq 1) =$ _____.
- 设事件 A, B 仅发生一个的概率为 0.3，且 $P(A) + P(B) = 0.5$ ，则 A, B 至少有一个不发生的概率为_____.
- 设总体 $X \sim N(0,1)$ ， X_1, \dots, X_n 为简单随机样本，则统计量 $\frac{X_1 - X_2}{(X_3^2 + X_4^2)^{\frac{1}{2}}}$ 服从_____分布（要求写出具体的分布及其参数）.
- 对任意随机变量 X ，若 EX 存在，则 $E[E(EX)] =$ _____.

三、计算题(本大题七小题，共计 70 分)

- (8 分) 设某公路上经过的货车与客车的数量之比为 2:1，货车中途停车修理的概率为 0.02，客车修理的概率为 0.01，今有一辆汽车中途停车修理，求该汽车是货车的概率.

- (14 分) 已知连续型随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}x, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{other} \end{cases}, \text{ 求}$$

- (1) $P\{-1 < X < \frac{1}{2}\}$; (2) $Y = 2X - 3$ 的概率密度函数.

- (12 分) 设 (X, Y) 的密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} xe^{-x} \frac{1}{(1+y)^2}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{other} \end{cases}$$

求 (1) X 的边缘密度 $f_X(x)$ ， Y 的边缘密度 $f_Y(y)$;

- (2) 判断 X 与 Y 独立性.

4. (8分) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个样本, X 的密度函数为

$$p(x, \theta) = \begin{cases} \theta x^{-(\theta+1)} & x > 1 \\ 0 & x \leq 1 \end{cases}, \theta > 1,$$

求参数 θ 的矩估计量.

5. (12分) 某工厂生产的漆包线的抗拉强度服从均值为25分的正态分布, 从中随机地抽取12个产品, 算得平均值为27分, 标准差为2.267分. 在显著性水平0.05下, 检验 (已知

$$t_{0.025}(11) = 2.2010, t_{0.025}(12) = 2.179, t_{0.05}(11) = 1.796, t_{0.05}(12) = 1.782,$$

$$u_{0.025} = 1.96, u_{0.05} = 1.645, \chi^2_{0.05}(11) = 19.675, \chi^2_{0.95}(11) = 4.575, \chi^2_{0.975}(11) = 3.816, \chi^2_{0.025}(11) = 21.920$$

$$(1) H_0: \mu = 25; H_1: \mu \neq 25.$$

$$(2) H_0: \sigma^2 \geq 3.24; H_1: \sigma^2 < 3.24.$$

6. (8分) 设 X_1, \dots, X_{10} 为总体 $X \sim N(0, 0.3^2)$ 的样本, 求 $P\{\sum_{i=1}^{10} X_i^2 > 1.44\}$

$$(\text{已知 } \chi^2_{0.1}(10) = 16, \chi^2_{0.05}(9) = 16, \chi^2_{0.997}(9) = 1.44, \chi^2_{0.999}(10) = 1.44)$$

7. (8分) 某公司的某种原料, 据历史资料表明: 这种原料的市场需求量 X (单位: 吨) 服从 $(300, 500)$ 上的均匀分布, 每售出一吨该原料, 该公司可获利 1.5 (千元), 若积压一吨, 则公司损失 0.59 (千元)。问公司应该组织多少货源, 可使平均收益最大?