学号　　　　姓名　　　　专业　　　　年级　　　　院/系

答　题　勿　超　装　订　线

安徽大学 2021—2022 学年第一学期

《 高等数学 A（一） 》期中考试试卷

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号________

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1．下列命题中错误的是（　　）.

（A）若数列$\{a_n\}$收敛，则$\{a_n\}$有界

（B）若$\lim\limits_{n\to\infty} a_n=1$，则当$n$充分大时，$a_n>\frac{1}{2}$

（C）数列$\{a_n\}$收敛$\Leftrightarrow$ $\{a_{2n}\}$，$\{a_{2n-1}\}$均收敛

（D）数列$\{a_n\}$收敛$\Leftrightarrow$ $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=1$

2．函数$f(x)=\frac{x^2-x}{|x|(x^2-1)}$有（　　）个第一类间断点.

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

3．设函数$y=f(x)$有$f'(x_0)=\frac{1}{2}$，则当$\Delta x\to 0$时，$f(x)$在$x=x_0$处增量Δy是（　　）.

（A）与Δx同阶的无穷小　　（B）与Δx等价的无穷小

（C）比Δx高阶的无穷小　　（D）比Δx低阶的无穷小

4．设函数$f(x)$在开区间(a,b)内连续，则$f(x)$在(a,b)内（　　）.

（A）有界　　（B）无界　　（C）存在最值　　（D）不一定有界

5．设函数$f(x)$在$x=0$处连续，且$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(h^2)}{h^2}=1$，则下列结论正确的是（　　）.

（A）$f(0)=0$，$f'(0)=1$　　（B）$f(0)=0$，$f'(0)$不一定存在

（C）$f(0)=1$，$f'(0)=1$　　（D）$f(0)=1$，$f'(0)$不一定存在

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6．极限$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+1}{x^2+x+1}(\sin x+\cos x)=$________.

7．若$x\to 0$时，$\sqrt{1+ax^2}-1$与$1-\cos x$是等价无穷小，则$a=$______.

8．若函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-e^{2x}}{\arcsin x}, x>0\\ ae^{x}, \quad x\le 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$______.

9．若函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=t-\ln(1+t)\\ y=t^3+t^2\end{cases}$ 确定，则 $\dfrac{dy}{dx}\Big|_{x=0}=$______.

10．若函数 $y=f(\ln x)e^x$，则微分 $dy=$______.

三、计算题（每小题 10 分，共 60 分）

11．求数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{(n+1)^2}+\dfrac{1}{(n+2)^2}+\cdots+\dfrac{1}{(2n)^2}\right)$.

12．求函数极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^2\ln(1+x)}$.

13．求函数极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2}{x^2-1}\right)^{x^2}$.

14．已知极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3x-\sqrt{ax^2+bx+1}\right)=2$，求常数 a, b 的值.

15．设函数 $y=f(x)$ 由方程 $\sin(xy)+\ln(y-x)=x$ 确定，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程.

16．设函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}x\arctan\dfrac{1}{x^2}, x\neq 0\\ 0, x=0\end{cases}$，求 $f'(x)$，并讨论 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性.

四、证明题（每小题 5 分，共 10 分）

17．证明方程 $2^x+\sin x=2$ 在区间 $\left(0,1\right)$ 内至少有一个根.

18．设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=1+\dfrac{a_n}{1+a_n}$，$(n=1,2,\cdots)$，证明数列 $\{a_n\}$ 收敛.